

# 國立彰化師範大學105學年度碩士班招生考試試題

系所： 統計資訊研究所

科目： 微積分

☆☆請在答案紙上作答☆☆

共 1 頁，第 1 頁

1. 從高 100m 的塔讓一球自由落下，其高度隨時間  $t$  (秒) 之關係為  $h(t) = 100 - 4t^2$ ，開始時間訂為  $t=0$ 。(15%)

(a) 求球開始落下到落地前的平均速率

(b) 求球在  $t=2$  秒時之瞬間速率

2.  $X, Y$  之聯合機率密度函數 為

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } 1 < x < c \text{ and } -x < y < x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

求常數  $c = ?$  (20%)

3. 求  $\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx = ?$  (15%)

4. 假設  $x_n(a) = (1 + \frac{a}{n})^n$ ， $a > 0$  為一個有現正實數。試證明 (a) 對任意固定  $a > 0$ ， $x_n(a)$  為遞增有界序列。 (b)  $x_n(a)$  收斂。 (c) 若假設  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(a) = f(a)$ ， $a > 0$ ，則  $f(a)f(b) = f(a+b)$ ，對所有  $a, b > 0$ 。(20%)

5. 請根據積分檢驗(integral test)來檢驗  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$  是否收斂。(15%)

6. 假設  $L(x), x \in \mathbb{R}$  為一個正值有界的連續函數，假如  $L(x)$  在  $x = x_0$  處有極大值，則  $\log(L(x))$  是否在  $x = x_0$  處也有極大值，為什麼？可否利用這個性質來求出下列函數產生極大值之處

$$L(\sigma^2) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{n/2} \exp\left(-\sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2 / \sigma^2\right), \text{ 其中 } \theta \text{ 為已知常數, } x_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n, \text{ 且 } \sigma^2 > 0.$$

(15%)